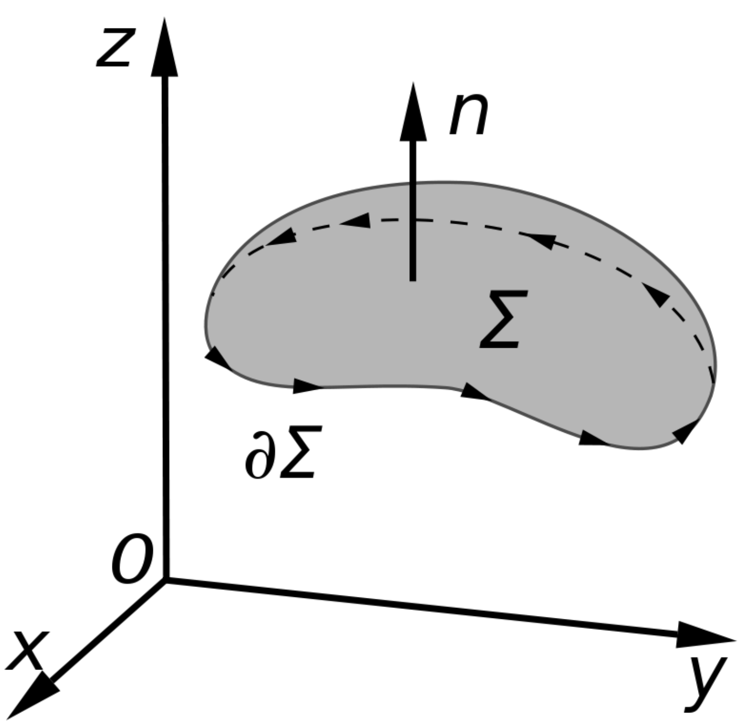
Aula 8

Teorema de Stokes

Teorema: Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ uma superfície, isto é, uma variedade de dimensão 2, limitada, orientável e com bordo ∂S seccionalmente regular.
Seja $\mathbf{F} : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um campo vetorial de classe pelo menos C^1 no aberto Ω, com $S \cup \partial S \subset \Omega$. Então, tem-se

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{F} \cdot \nu dS = \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\gamma,$$

em que γ é um caminho que percorre ∂S com orientação compatível com a de ν (regra da mão direita).



Significado do Rotacional

Proposição: Seja $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um campo vetorial de classe $C^1(\mathbb{R}^n)$. Então

$$\operatorname{rot} \mathbf{F}(\mathbf{x}) \cdot \nu = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\pi \varepsilon^2} \oint_{C_\varepsilon(\mathbf{x})} \mathbf{F} \cdot d\gamma,$$

em que $C_\varepsilon(\mathbf{x})$ é a circunferência de raio ε centrada em $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, no plano perpendicular a ν, e orientada no sentido positivo.